UNIT – 1 Units & Measurement

એકમો અને માપન

Que. 01. એકમોની વ્યાખ્યા આપો અને તેની લાક્ષણિકતાઓ વર્ણવો.

Ans: એકમ: કોઈ ભૌતિક રાશિના પ્રમાણિત માપને તે ભૌતિક રાશિનો એકમ કહેવાય છે.

1. એકમનું માપ નિશ્ચિત અને સ્પષ્ટ હોવું જોઇએ.
2. એકમના માપમાં ફેરફાર ન થાય તેવો હોવો જોઈએ તેમજ તેને વ્યાખ્યાયિત કરતી ઘટના (જો કોઈ હોય તો) તે કાયમી હોવી જોઇએ.
3. એકમોની પ્રતિકૃતિ સહેલાઇથી થઇ શકે તેવી હોવી જોઇએ અને સહજ રીતે પ્રાપ્ત થઇ શકે તેવી હોવી જોઈએ.

Que. 02. વ્યાખ્યાઓ આપો.

1. એકમ: કોઈ ભૌતિક રાશિના પ્રમાણિત માપને તે ભૌતિક રાશિનો એકમ કહેવાય છે.
2. મૂળભૂત ભૌતિક રાશીઓ: જે ભૌતિક રાશિઓ અન્ય ભૌતિક રાશિઓ પર આધાર રાખતી નથી એટલે કે જે રાશિઓ સ્વતંત્ર અસ્તિત્વ ધરાવે છે તેવી રાશિઓને મૂળભૂત ભૌતિક રાશિઓ કહેવામાં આવે છે. દા.ત. અંતર, સમય, દ્રવ્યમાન, તાપમાન, વિધુતપ્રવાહ, જ્યોતિફ્લક્સ, દ્રવ્યનો જથ્થો.
3. સાધિત ભૌતિક રાશીઓ: જે ભૌતિક રાશિઓને મૂળભૂત ભૌતિક રાશિઓ પરથી તારવવામાં આવે છે અથવા મૂળભૂત ભૌતિક રાશીઓ પર આધાર રાખે છે તેવી રાશિઓને સાધિત રાશિઓ કહેવામાં આવે છે. દા.ત. વેગ, પ્રવેગ, બળ, વેગમાન, ઘનતા, દબાણ.

Que. 03. SI પધ્ધતિની મૂળભૂત ભૌતિક રાશીઓ, તેમની સંજ્ઞાઓ અને તેમના એકમો દર્શાવતું કોષ્ટક દોરો.

Ans.:

મૂળભૂત ભૌતિક રાશિ	એકમ	સંજ્ઞા
લંબાઈ (Length)	મીટર	m
દ્રવ્યમાન (Mass)	કિલોગ્રામ	kg
સમય (Time)	સેકન્ડ	s
તાપમાન (Temperature)	કેલ્વિન	K
વિધુતપ્રવાહ (Electric Current)	એમ્પિયર	A
જ્યોતિફ્લક્સ (Luminesce or Luminosity)	કેન્ડેલા	cd
દ્રવ્યનો જથ્થો (Quantity of Matter)	મોલ	mol

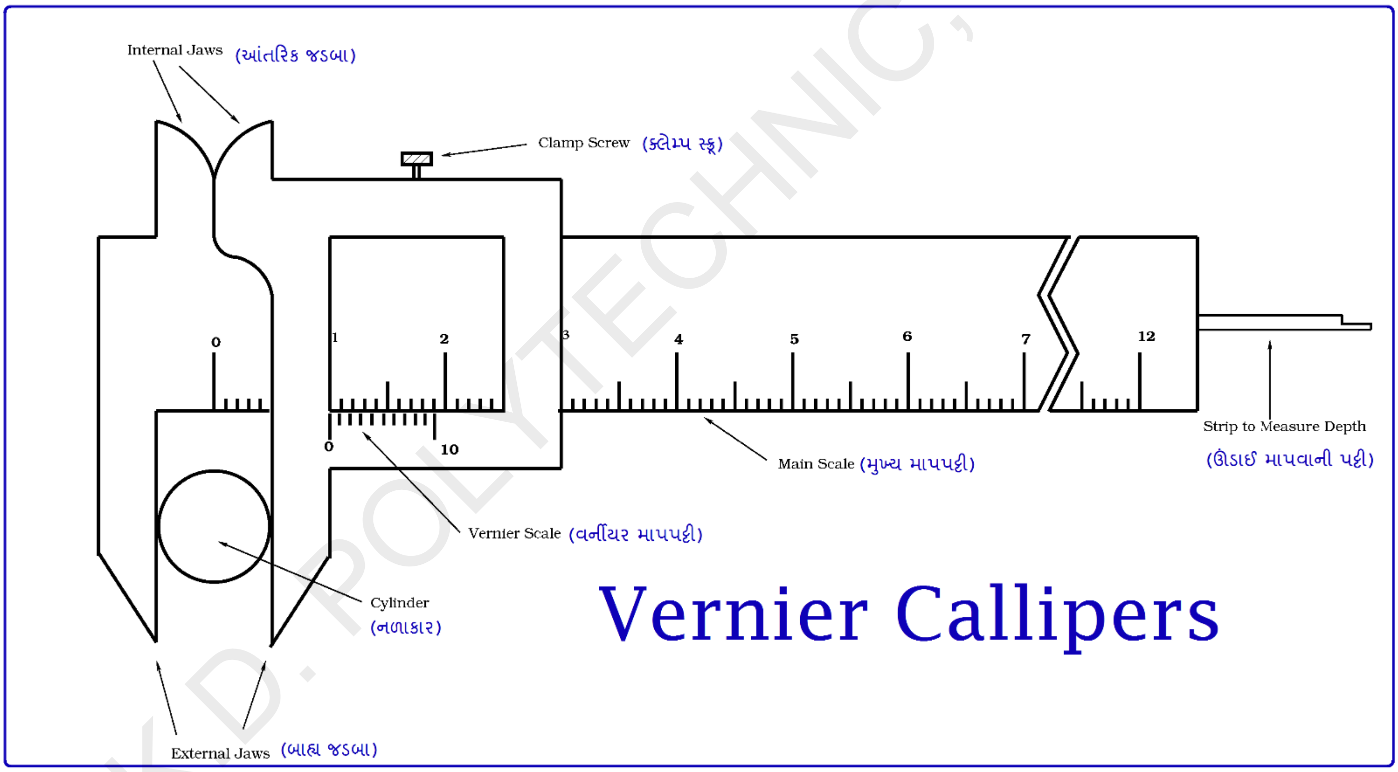
Que. 04. વર્નિયર કેલિપર્સની નામનિર્દેશનવાળી આકૃતિ દોરી, તેનો સિધ્ધાંત, રચના, લ.મા.શ. નું સૂત્ર અને કાર્યપધ્ધતિ વર્ણવો.

Ans: ઇ.સ. 1631 ફ્રેન્ચ ગણિતશાસ્ત્રી પી. વર્નિયરે વર્નિયર માપક્રમની શોધ કરી હતી, જેની મદદથી 1 mm ના 10 કે 20 મા ભાગ જેટલું અંતર ચોકસાઈપૂર્વક માપી શકાય છે. આ માપક્રમ પર આધારિત જે સાધનની રચના કરવામાં આવી તેને વર્નિયર કેલિપર્સ કહે છે.

સિધ્ધાંત: સાદા વર્નિયર કેલિપર્સમાં, મિલીમીટરમાં અંકિત મુખ્ય સ્કેલ ઉપર n સરખા વિભાગ ધરાવતો સરકી શકે તેવો વર્નિયર સ્કેલ હોય છે જે મુખ્ય સ્કેલના $(n-1)$ વિભાગ બરાબર રાખવામાં આવે છે.

રચના: મુખ્ય સ્કેલ બે આંતરિક જડબાઓ અને બે બાહ્ય જડબાઓ ધરાવે છે. મુખ્ય સ્કેલ ઊંડાઈ માપવા માટે એક સ્ટ્રીપ ધરાવે છે.

આકૃતિ:



લઘુત્તમ માપશક્તિ: કોઈ પણ સાધન વડે જે ભૌતિક રાશિનું નાનામાં નાનું માપ ચોકસાઈથી લઈ શકાય તે માપને તે સાધનાની લઘુત્તમ માપશક્તિ (લ.મા.શ) કહે છે. વર્નિયરની લઘુત્તમ માપશક્તિ એ મુખ્ય સ્કેલના એક વિભાગ (Main Scale Division – MSD) તથા વર્નિયર સ્કેલના એક વિભાગ (Vernier Scale Division – VSD) ના તફાવત બરાબર થાય છે. સામાન્ય રીતે વર્નિયર સ્કેલના 10 વિભાગ મુખ્ય સ્કેલના 9 વિભાગ બરાબર થાય છે.

$$10\,VSD = 9\,MSD$$

$$10\,VSD = 9\,mm$$

$$1\,VSD = 0.9\,mm10\,VSD = 9\,MSD$$

$$\therefore 1\,VSD = \frac{9}{10}\,MSD$$

$$\text{લ. મા. શ.} = 1\,MSD - 1\,VSD$$

$$\therefore \text{લ. મા. શ.} = 1\,MSD - \frac{9}{10}\,MSD$$

$$\therefore \text{લ. મા. શ.} = \left(1 - \frac{9}{10}\right) MSD = \left(\frac{10-1}{10}\right) MSD$$

$$\therefore \text{લ. મા. શ.} = \frac{1\ \ MSD}{10}$$

મુખ્ય સ્કેલ પરના પ્રત્યેક વિભાગનું મૂલ્ય 1 mm છે, તથા વર્નિયરના દરેક વિભાગનું મૂલ્ય 0.9 mm છે.

$$\therefore \text{લ. મા. શ.} = \frac{1\ \ mm}{10}$$

$$\text{લ. મા. શ.} = 0.1\,mm = 0.01\,cm$$

આ ઉપરાંત નીચેના સૂત્ર પ્રમાણે પણ લ.મા.શ. શોધી શકાય.

$$\text{લ. મા. શ.} = \frac{\text{મુખ્ય માપપટ્ટી પરના નાનામાં નાના વિભાગનું મૂલ્ય}}{\text{વર્નિયર માપપટ્ટી પરના કુલ વિભાગની સંખ્યા}}$$

$$\therefore \text{લ. મા. શ.} = \frac{1\ \ mm}{10}$$

$$\text{લ. મા. શ.} = 0.1\,mm = 0.01\,cm$$

આમ, વર્નિયર કેલિપર્સ વડે મિલિમીટરના દસમા (કે વીસમા) ભાગ જેટલી લંબાઇ ચોકસાઇપૂર્વક માપી શકાય છે.

કાર્યપધ્ધતિ (અવલોકન લેવાની રીત): સૌપ્રથમ વર્નિયર કેલિપર્સની લ.મા.શ. શોધવામાં આવે છે. હવે જે નળાકારનો વ્યાસ માપવાનો હોય તેને બે બાહ્ય જડબાઓ વચ્ચે રાખવામાં આવે છે. ત્યારબાદ મુખ્ય માપપટ્ટી અને વર્નિયર માપપટ્ટીનું અવલોકન લેવામાં આવે છે. ધારો કે વર્નિયરનો શૂન્ય કાપો મુખ્ય માપપટ્ટીના 1.3 અને 1.4 cm વચ્ચે રહે છે. આથી મુખ્ય માપપટ્ટીનું અવલોકન 1.3 cm કહેવાય. હવે વર્નિયર સ્કેલનું અવલોકન લેવા માટે મુખ્ય માપપટ્ટીનો કોઇ પણ કાપો વર્નિયરના કયા કાપા સાથે બંધબેસતો આવે છે તેને વર્નિયર સ્કેલનું અવલોકન કહેવાય છે. ધારો કે વર્નિયરનો સાતમો કાપો મુખ્ય સ્કેલ સાથે બંધબેસતો આવે છે. આ અવલોકનને વર્નિયર કેલિપર્સની લ.મા.શ. 0.01 cm વડે ગુણી મુખ્ય સ્કેલના અવલોકનમાં ઉમેરવામાં આવે છે.

$$\text{અંતર} = \text{મુખ્ય સ્કેલનું અવલોકન} + (\text{વર્નિયરનું અવલોકન} * \text{લ. મા. શ.})$$

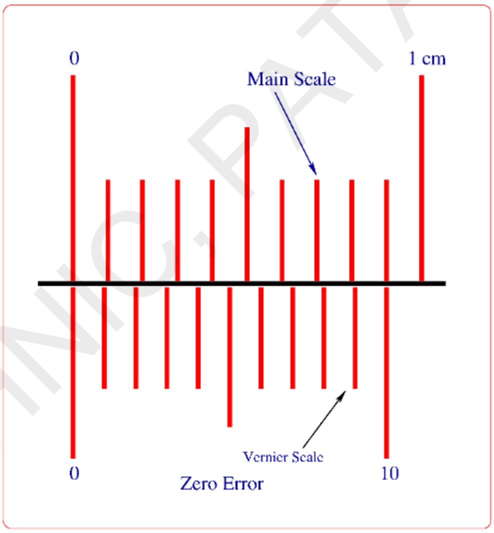
$$\mathrm{D} = 1.3 + (7 * 0.01) = 1.3 + 0.07$$

$$\mathrm{D} = 1.37\ \mathrm{cm}$$

<u>ઉપયોગો:</u>

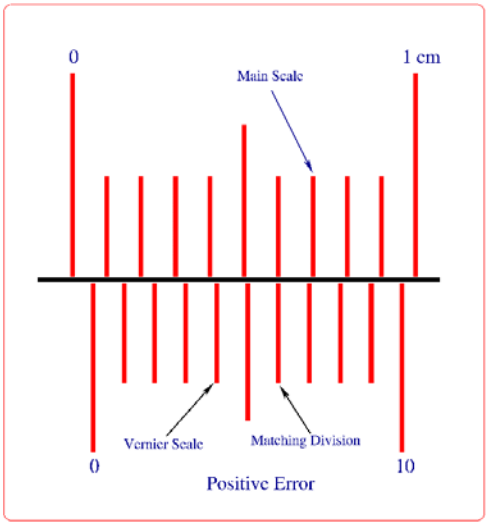
1. નક્કર નળાકારનો વ્યાસ
2. પોલા નળાકારનો બહારનો તથા અંદરનો વ્યાસ
3. પાતળી તકતીની જાડાઇ
4. પાત્રમાં ભરેલા પ્રવાહીની ઊંડાઇ

Que. 04. વર્નિયર કેલિપર્સની શૂન્ય ત્રુટી, ધન ત્રુટી અને ઋણ ત્રુટી નામનિર્દેશનવાળી આકૃતિ દોરી આ ત્રુટીઓ કેવી રીતે ઉદ્ભવે છે તે સમજાવો. આ ત્રુટીઓનું નિવારણ કરવા માટે જરૂરી પધ્ધતિ ગણતરી સાથે સમજાવો.



Ans:

શૂન્ય ત્રુટિ: વર્નિયર કેલિપર્સના જડબાઓ A અને B ને ભેગા કરતાં વર્નિયરનો શુન્ય કાપો જો મુખ્ય માપપટ્ટીના શુન્ય આંક સાથે સીધી રેખામાં આવે તો વર્નિયર કેલિપર્સ ત્રુટિરહિત છે. આ ત્રુટિને શુન્ય ત્રુટિ કહે છે, જે આદર્શ સ્થિતિ છે. પરંતુ જો વર્નિયરનો શૂન્ય કાપો અને મુખ્ય સ્કેલનો શુન્ય આંક સીધી રેખામાં ન આવે તો બે પ્રકારની ત્રુટિ ઉદભવે છે.



ધન ત્રુટિ (Positive Error): જો વર્નિયર સ્કેલનો શૂન્ય કાપો મુખ્ય માપપટ્ટીના શૂન્ય કાપાની જમણી બાજુએ રહે તો તે ત્રુટિને ધન ત્રુટિ કહે છે. આ ત્રુટિને કારણે જે અવલોકન લીધું હોય તે સાચા અવલોકન કરતાં થોડું વધારે નોંધાય છે, તેથી સાચું અવલોકન લેવા માટે નોંધાયેલ અવલોકનમાંથી આ ત્રુટિ બાદ કરવી જોઇએ.

આ માટે વર્નિયરનો કેટલામો કાપો મુખ્ય સ્કેલના કયા કાપા સાથે સીધી રેખામાં આવે છે તે નોંધવામાં આવે છે. તે આંક પરથી ધન ત્રુટિ નીચેના સૂત્રથી ગણવામાં આવે છે.

ધન ત્રુટિ = વર્નિયરનો કાપો × લ. મા. શ.

ઉદાહરણ તરીકે જો વર્નિયરનો ચોથો કાપો મુખ્ય સ્કેલના શૂન્ય કાપા સાથે સીધી રેખામાં આવતો હોય તો

ધન ત્રુટિ $= 6 \times 0.01 \text{ cm} = 0.06 \text{ cm}$

આથી સાચું અવલોકન મેળવવા માટે લીધેલા **અવલોકનમાંથી** 0.06 cm જેટલું મૂલ્ય **બાદ કરવામાં** આવે છે.

ઋણ ત્રુટિ (Negative Error): જો વર્નિયર સ્કેલનો શૂન્ય કાપો મુખ્ય માપપટ્ટીના શૂન્ય કાપાની ડાબી બાજુએ રહે તો તે ત્રુટિને ઋણ ત્રુટિ કહે છે. આ ત્રુટિને કારણે જે અવલોકન લીધું હોય તે સાચા અવલોકન કરતાં થોડુ ઓછું નોંધાય છે, તેથી સાચું અવલોકન લેવા માટે નોંધાયેલ અવલોકનમાં આ ત્રુટિ ઉમેરવી જોઇએ.

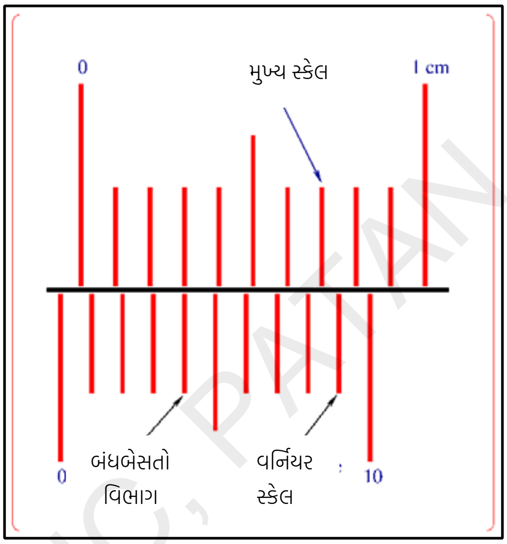
આ માટે વર્નિયરનો કેટલામો કાપો મુખ્ય સ્કેલના કયા કાપા સાથે સીધી રેખામાં આવે છે તે નોંધવામાં આવે છે. તે આંક પરથી ધન ત્રુટિ નીચેના સૂત્રથી ગણવામાં આવે છે.

ઋણ ત્રુટિ = વર્નિયરનો કાપો × લ. મા. શ.

ઉદાહરણ તરીકે જો વર્નિયરનો ચોથો કાપો મુખ્ય સ્કેલના શૂન્ય કાપા સાથે સીધી રેખામાં આવતો હોય તો

ઋણ ત્રુટિ = $4 \times 0.01\ \text{cm} = 0.04\ \text{cm}$

આથી સાચું અવલોકન મેળવવા માટે લીધેલા અવલોકનમાં 0.04 cm જેટલું મૂલ્ય **ઉમેરવામાં** આવે છે.

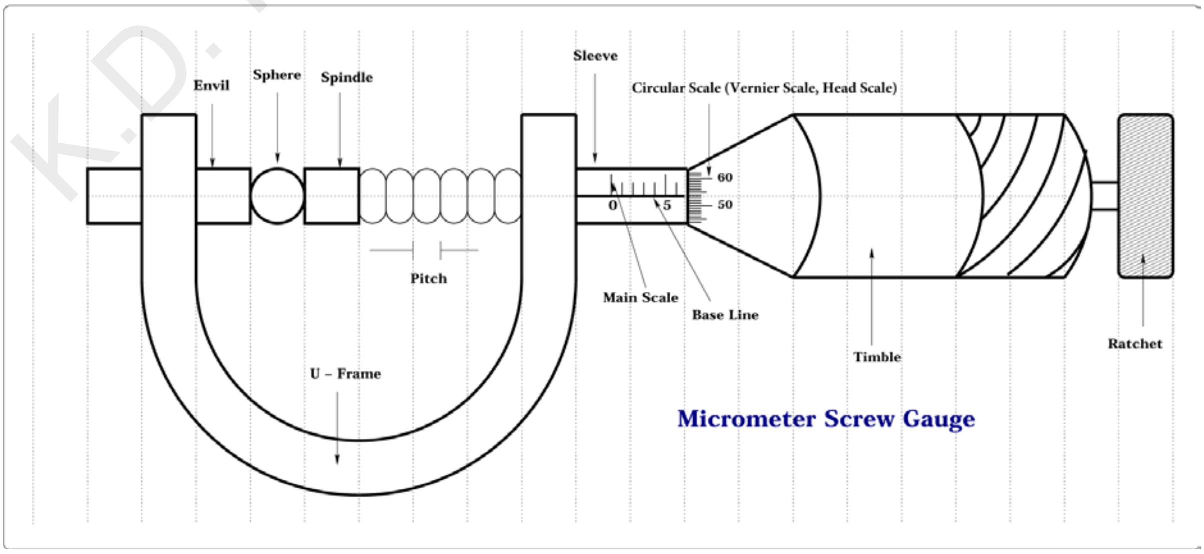


Que. 05. માઇક્રોમીટર સ્ક્રુની નામનિર્દેશનવાળી આકૃતિ દોરી, તેનો સિધ્ધાંત, રચના, લ.મા.શ. નું સૂત્ર અને કાર્યપધ્ધતિ વર્ણવો.

Ans: આ સાધન વડે મીટરના દસ લાખમા ભાગ જેટલી નાની લંબાઇ ચોકસાઇપૂર્વક માપી શકાય છે.

સિધ્ધાંત: આ સાધન સ્ક્રૂના સિધ્ધાંત પર કાર્ય કરે છે.

રચના: માઇક્રોમીટર એક U – આકારની ધાતુની ફ્રેમ ધરાવે છે. તેનો એક છેડો ફ્રેમ સાથે ધાતુના ટુકડા વડે બંધ કરેલો હોય છે જેને સ્ટડ (Stud) કહે છે, જે એન્વિલ (Anvil) સાથે જોડાયેલો હોય છે. બીજો છેડો વર્તુળાકાર ગતિ કરે તેવા સ્ક્રૂ સાથે જોડાયેલો હોય છે. સ્ક્રૂનો બીજો છેડો મિલિમીટરમાં અંકિત કરેલા મુખ્ય સ્કેલ સાથે



Micrometer Screw Gauge

જોડાયેલો હોય છે. મુખ્ય સ્કેલ ઉપર 100 (અથવા 50) ભાગમાં વિભાજિત કરેલો વર્તુળાકાર સ્કેલ (હેડ સ્કેલ, વર્નિયર સ્કેલ) હોય છે.

પીચ: સ્ક્રૂના બે ક્રમિક આંટા વચ્ચેના અંતરને સ્ક્રૂની પીચ (Pitch) કહે છે.

$$\text{પીચ} = \frac{\text{સ્પીન્ડલ દ્વારા ખસેડાતું અંતર}}{\text{પૂર્ણ પરિભ્રમણની સંખ્યા}}$$

લ.મા.શ.: સ્ક્રૂની રચના એ રીતે કરવામાં આવેલી હોય છે જેથી તેને એક પૂર્ણ પરિભ્રમણ આપવાના આવે તો તે એક આંટા જેટલું રેખીય અંતર ખસે છે.

$$\text{લઘુત્તમ માપશક્તિ} = \frac{\text{પીચ}}{\text{વર્તુળાકાર સ્કેલ પરના કુલ વિભાગ (કાપા)}}$$

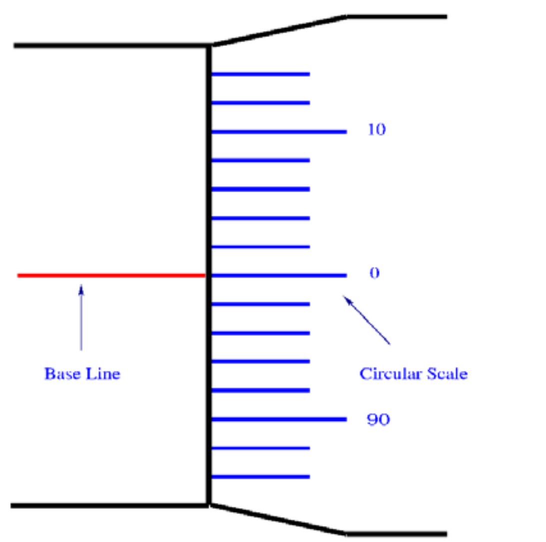
$$\text{લ. મા. શ.} = \frac{1\ mm}{100} = 0.01\ mm$$

કાર્યપધ્ધતિ: કોઇ પદાર્થનું અવલોકન લેવા માટે તે પદાર્થને એન્વિલ અને સ્ક્રૂના છેડા વચ્ચે રાખવામાં આવે છે. ત્યારબાદ મુખ્ય સ્કેલ અવલોકન નોંધવામાં આવે છે. હવે વર્તુળાકાર સ્કેલનો જે વિભાગ બેઝ લાઇનની સામે આવે છે તે વિભાગ વર્તુળાકાર સ્કેલનું અવલોકન કહેવાય છે.

$$R = M.S. + (\,C.S \times L.C\,)$$

$$\text{અવલોકન} = \text{મુખ્ય સ્કેલ} + (\text{વર્તુળાકાર સ્કેલનો બેઝ લાઇનની સામે આવતો વિભાગ} * \text{ લ. મા. શ})$$

Que. 06. માઈક્રોમીટર સ્ક્રુની શૂન્ય ત્રુટી, ધન ત્રુટી અને ઋણ ત્રુટી નામનિર્દેશનવાળી આકૃતિ દોરી આ ત્રુટીઓ કેવી રીતે ઉદ્ભવે છે તે સમજાવો. આ ત્રુટીઓનું નિવારણ કરવા માટે જરૂરી પધ્ધતિ ગણતરી સાથે સમજાવો.



Zero Error

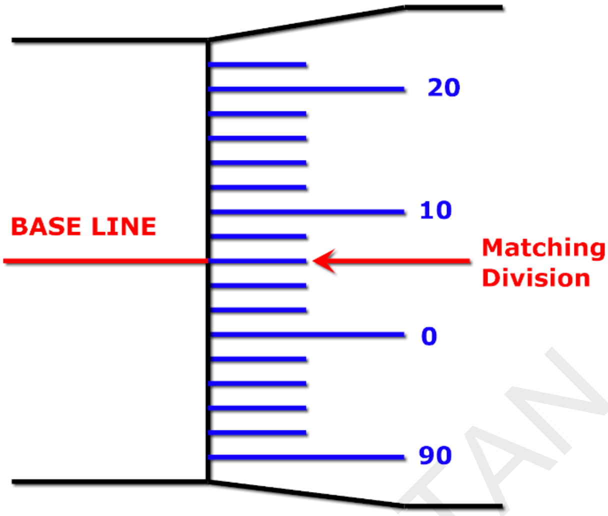
Ans: શૂન્ય ત્રુટિ (Zero Error): જ્યારે (કોઇ પણ પદાર્થ વિના) એન્વિલ અને સ્ક્રૂ એકબીજાના સંપર્કમાં લાવવામાં આવે ત્યારે જો વર્તુળાકાર સ્કેલનો શૂન્ય કાપો અને બેઝ લાઇન એકબીજાની સાથે બંધબેસતા (એક રેખામાં) આવે તો આ સાધન ત્રુટિરહિત છે એમ કહેવાય અને તેથી આ ત્રુટિને શૂન્ય ત્રુટિ કહેવામાં આવે છે.

ધન ત્રુટિ (Positive Error): આકૃતિમાં જણાવ્યા મુજબ જ્યારે વર્તુળાકાર સ્કેલનો શૂન્ય કાપો જો બેઝ લાઇન (Base Line)થી નીચેની બાજુએ રહે ત્યારે તે ત્રુટિ ને ધન ત્રુટિ (Positive Error) કહે છે. આ ત્રુટિ શોધવા માટે મુખ્ય સ્કેલનો શૂન્ય કાપો વર્તુળાકાર સ્કેલના કયા કાપાની સામે એક રેખામાં આવે છે તે કાપો નોંધવામાં આવે છે. આ કાપાને લ.મા.શ. વડે ગુણતાં સાધની ધન ત્રુટિ મળે છે.

દા.ત. જો વર્તુળાકાર સ્કેલનો ત્રીજો* કાપો મુખ્ય સ્કેલના શૂન્ય સાથે એક રેખામાં આવે તો,

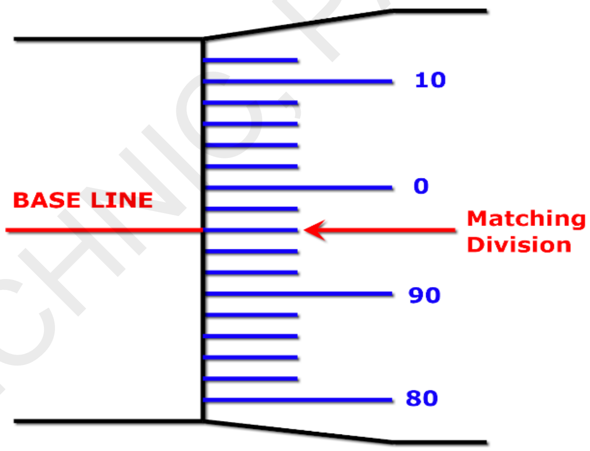
$$\text{ધન ત્રુટિ} = 6 \times 0.01\ mm = 0.06\ mm$$

આ ત્રુટિ ધન હોવાથી સાચું માપ મેળવવા માટે આ ત્રુટિને સાધન દ્વારા નોંધાયેલ અવલોકનમાંથી બાદ કરવામાં આવે છે.



Positive Error

ઋણ ત્રુટિ (Negative Error): આકૃતિમાં જણાવ્યા મુજબ જ્યારે વર્તુળાકાર સ્કેલનો શૂન્ય કાપો જો બેઝ લાઈન (Base Line)થી ઉપરની બાજુએ રહે ત્યારે તે ત્રુટિને ઋણ ત્રુટિ (Negative Error) કહે છે. આ ત્રુટિ શોધવા માટે મુખ્ય સ્કેલનો શૂન્ય કાપો વર્તુળાકાર સ્કેલના કયા કાપાની સામે એક રેખામાં આવે છે તે કાપો નોંધવામાં આવે છે. આ કાપાને લ.મા.શ. વડે ગુણતાં સાધની ઋણ ત્રુટિ મળે છે.



Negative Error

દા.ત. જો વર્તુળાકાર સ્કેલનો બીજો* કાપો મુખ્ય સ્કેલના શૂન્ય સાથે એક રેખામાં આવે તો,

$$\text{ઋણ ત્રુટિ} = 4 \times 0.01\ mm = 0.04\ mm$$

આ ત્રુટિ ઋણ હોવાથી સાચું માપ મેળવવા માટે આ ત્રુટિને સાધન દ્વારા નોંધાયેલ અવલોકનમાં ઉમેરવામાં આવે છે.

(* : વર્તુળાકાર સ્કેલનો દરેક વિભાગ 2 વિભાગ જેટલું મૂલ્ય ધરાવે છે.)

Que. 07. ચોક્કસાઈ અને સચોટતા સમજાવો.

Ans:

ચોકસાઈ: કોઈ પણ ભૌતિક રાશિના માપનનું મૂલ્ય તે રાશિના સાચા મૂલ્યની કેટલી નજીક છે, તેને ચોકસાઇ કહે છે.

સચોટતા: બે કે તેથી વધુ અવલોકનો એકબીજાની કેટલા નજીક છે તેને સચોટતા કહે છે. બીજા શબ્દોમાં, કોઈ માપનનું કેટલી વખત પુનરાવર્તન થાય છે.

આપણે એક ઉદાહરણ લઈએ, એક ધાતુના સમઘનની બાજુનું માપ 2.555 cm છે. તમે 0.01 cm જેટલી લ.મા.શ ધરાવતા વર્નિયર કેલીપર્સ વડે માપ લેતાં ધારો કે તે 2.51 cm મળે છે. અને 0.001 cm જેટલી લ.મા.શ ધરાવતા માઇક્રોમીટર સ્ક્રુ વડે માપતા તે 2.748 cm મળે છે.

ઉપરના બંને કિસ્સામાં 2.51 cm એ અવલોકન સાચા મૂલ્ય 2.555 cm ની સૌથી વધુ નજીક છે. આથી 2.51 cm એ અવલોકન વધુ ચોક્કસાઈવાળું કહી શકાય.

ધારો કે ઉપરોક્ત સાધનો વડે 5 અવલોકન લેવામાં આવે છે.

Instrument	Observation 1	Observation 2	Observation 3	Observation 4	Observation 5
Vernier callipers	2.51 cm	2.53 cm	2.51 cm	2.47 cm	2.51 cm
Micrometer	2.748 cm	2.682 cm	2.749 cm	2.346 cm	2.747 cm

ઉપરના કોષ્ટકમાં અવલોકનો જોતા જણાય છે કે વર્નિયર કેલીપર્સ માટે 2.53 cm અવલોકન એ 2.555 cm ની સૌથી નજીક છે આથી, 2.53 cm અવલોકન સૌથી વધુ ચોક્કસાઈવાળું છે જ્યારે 2.51 cm એ અવલોકન ત્રણ વખત અવલોકવામાં આવ્યું હોવાથી 2.51 cm એ સૌથી વધુ સચોટતાવાળું અવલોકન છે.

માઇક્રોમીટર સ્ક્રુ માટે 2.682 cm એ 2.555 cm ની સૌથી વધુ નજીક છે આથી તે વધુ ચોક્કસાઈવાળું છે જયારે 2.748 ±0.001 cm એ ત્રણ વખત મળે છે આથી તે વધુ સચોટતાવાળું અવલોકન છે.

સાધન દ્વારા માપન કેટલા વિભેદન (Resolution) અથવા સીમા (Limit) સુધી કરવામાં આવ્યું છે તે મૂલ્યને સચોટતા કહે છે.

સચોટતા સાધનની લઘુત્તમ માપશક્તિ પર આધાર રાખે છે, જેમ લ.મા.શ.નું મૂલ્ય ઓછું તેમ સચોટતા વધુ હોય છે.

વર્નિયર કેલિપર્સની લઘુત્તમ માપશક્તિ 0.01 cm છે જ્યારે માઇક્રોમીટર સ્ક્રૂ ગેજની લઘુત્તમ માપશક્તિ 0.001 cm છે. માઇક્રોમીટર સ્ક્રૂ ગેજની લ.મા.શ., વર્નિયર કેલિપર્સની લ.મા.શ. કરતાં નાની હોવાથી માઇક્રોમીટર વડે લીધેલ માપન વર્નિયર કેલિપર્સ વડે લીધેલ માપન કરતાં વધુ સચોટ હોય છે.

ધારો કે એક ધાતુના તારના વ્યાસનું સાચું મૂલ્ય 1.752 cm છે. 0.01 cm વિભેદનવાળા (લ.મા.શ.) વર્નિયર કેલિપર્સ વડે માપતાં વ્યાસનું મૂલ્ય 1.73 cm મળે છે અને 0.001 cm વિભેદનવાળા માઇક્રોમીટર વડે માપતાં વ્યાસનું મૂલ્ય 1.643 cm મળે છે. આમ મળતાં વ્યાસના મૂલ્યો પરથી કહી શકાય કે વર્નિયર કેલિપર્સ વડે મપાતું મૂલ્ય 1.73 cm એ સાચા મૂલ્ય 1.752 cm ની વધુ નજીક છે, આથી વર્નિયર કેલિપર્સ વડે મપાતું મૂલ્યમાં ચોકસાઈ વધુ છે. જ્યારે માઇક્રોમીટર વડે મપાતું મૂલ્ય સાચા મૂલ્યથી વધુ દૂર હોવાથી તેમાં ચોકસાઈ ઓછી છે, પરંતુ વિભેદન વધુ હોવાથી માઇક્રોમીટરના માપનમાં સચોટતા વધુ છે.

Que. 08. તફાવત આપો: ચોક્કસાઈ અને સચોટતા

Ans:

ચોક્કસાઇ	સચોટતા
કોઈ પણ ભૌતિક રાશિના માપનનું મૂલ્ય તે રાશિના સાચા મૂલ્યની કેટલી નજીક છે, તેને ચોકસાઇ કહે છે.	બે કે તેથી વધુ અવલોકનો એકબીજાની કેટલા નજીક છે તેને સચોટતા કહે છે. બીજા શબ્દોમાં, કોઇ માપનનું કેટલી વખત પુનરાવર્તન થાય છે.
તે માત્ર એક જ અવલોકન વડે પણ નક્કી કરી શકાય છે.	તે માત્ર એક કરતાં અવલોકન વડે જ નક્કી કરી શકાય છે.
મોટા ભાગના કિસ્સામાં ચોક્કસાઈવાળું અવલોકન સચોટતાવાળું હોવું જોઇએ.	સચોટતાવાળું અવલોકન ચોક્કસાઈવાળું હોય એ જરૂરીનથી.
ચોક્કસાઇ એ સચોટતા પર આધારિત નથી.	સચોટતા એ ચોક્કસાઇ પર આધારિત નથી.
ઉંચી ચોક્કસાઇ એ ત્રુટી નાની રજુ કરે છે.	ઉંચી સચોટતા એ અવલોકનોની પુનરાવર્તનતા દર્શાવે છે.
તે પુષ્ટતાની ડીગ્રી રજુ કરે છે.	તે પુનરાવર્તનતાની ડીગ્રી રજુ કરે છે.
માત્ર એક જ અવલોકન વડે તે અવલોકન ચોક્કસાઈવાળું છે કે નહિ તે નક્કી કરી શકાય છે.	અવલોકન સચોટ છે કે નહિ તે નક્કી કરવા માટે એક કરતા વધુ અવલોકનોની જરૂર પડે છે.

Que. 09. ત્રુટીની વ્યાખ્યા લખી તેના બે પ્રકારો વિસ્તૃતમાં સમજાવો.

Ans: ત્રુટિ: ભૌતિક રાશિના સાચા મૂલ્ય અને માપન દ્વારા (વર્નિયર કેલિપર્સ અથવા માઇક્રોમીટર સ્ક્રૂ ગેજ વડે મેળવેલા) મૂલ્યના તફાવતને ત્રુટિ (અચોકસાઇ) કહે છે. માપનમાં ઉદભવતી ત્રુટિ માપન પધ્ધતિ પર આધાર રાખે છે.

ત્રુટિને બે પ્રકારમાં વહેંચી શકાય.

1. **વ્યવસ્થિત ત્રુટિ (Systematic Error):** ભૌતિક રાશિના માપન દરમ્યાન ઉદભવતી વ્યવસ્થિત ત્રુટિઓ કોઇ એક જ દિશામાં એટલે કે ધન અથવા ઋણ હોય છે. આવી ત્રુટિઓ ધન અને ઋણ એમ એકસાથે ન હોય શકે. આ ત્રુટિઓના ઉદભવના કારણો જાણી શકાય છે અને તેથી તેમનું કેટલાક અંશે નિવારણ કરી શકાય છે. વ્યવસ્થિત ત્રુટિઓના ઉદભવના કારણો નીચે મુજબ છે.

a) **સાધનની ત્રુટિ:** આ પ્રકારની ત્રુટિ સાધનમાં રહેલી ક્ષતિ કે સાધનના સ્કેલના કેલિબ્રેશન(અંકન) માં રહેલ ખામીને કારણે ઉદભવે છે.
દા.ત. ફૂટપટ્ટીનો છેડો તૂટી ગયો હોય કે ઘસાઇ ગયો હોય તો, માપનમાં નિયમિત રીતે (લેવામાં આવતા દરેક અવલોકનમાં) ઉદભવે છે.
થર્મોમીટરના સ્કેલનું કેલિબ્રેશન બરાબર ન થયું હોય તો ત્રુટિ ઉદભવે છે.

b) **પ્રયોગ પધ્ધતિને કારણે ઉદભાવતી ત્રુટિ:** આ પ્રકારની ત્રુટિ પ્રયોગ કરવાની પધ્ધતિને કારણે ઉદભવે છે.
દા.ત. થર્મોમીટરની મદદથી શરીરનું તાપમાન માપવામાં આવે ત્યારે થર્મોમીટર બગલ(Arm-pit) માં રાખવામાં આવે છે જે શરીરના સાચા તાપમાન કરતાં ઓછું હોય છે.

c) **વ્યક્તિગત ત્રુટિ:** અવલોકન લેનાર વ્યક્તિની અવલોકન લેવાની પધ્ધતિ, સાધનોની અયોગ્ય ગોઠવણી, અવલોકન લેવાની બેકાળજી કે અણઆવડતના કારણે આ ત્રુટિ ઉદભવે છે.

દા.ત. કસનળીમાં ભરેલા પ્રવાહીની ઊંચાઈ, પ્રવાહીના મેનીસ્કસ (Meniscus) ની સામે આંખ રાખીને સાચું આવલોકન લઈ શકાય. તેની ઉપરની કે નીચેની બાજુએથી લેવામાં આવેલ અવલોકનો સાચાં મૂલ્યો આપતાં નથી.

d) **બાહ્ય પરિબળોને કારણે ઉદભાવતી ત્રુટિ** પ્રયોગ દરમ્યાન બાહ્ય પરિબળો જેવાં કે તાપમાન, ભેજ, વાતાવરણનું દબાણ, હવાનો વેગ, પ્રકાશની હાજરી, વગેરે પણ માપનમાં વ્યવસ્થિત ત્રુટિ ઉત્પન્ન કરી શકે છે.

પ્રયોગ પધ્ધતિમાં સુધારા વધારા કરી, ઊંચી ગુણવત્તાવાળાં સાધનો ઉપયોગમાં લઈને તેમજ વ્યક્તિગત ત્રુટિઓ દૂર કરીને માપનમાં ઉદભાવતી વ્યવસ્થિત ત્રુટિ ઓછી કરી શકાય છે.

2. **અવ્યવસ્થિત ત્રુટિ (Random Error):** પ્રયોગ દરમ્યાન અસરકર્તા પરિબળોમાં અનિયમિત ફેરફારોને કારણે તેમજ આગાહી ન કરી શકાય તેવા પરિબળોને કારણે લેવામાં આવતા અવલોકનોમાં આ પ્રકારની ત્રુટિ ઉદભવે છે. આ ત્રુટિ ધન કે ઋણ હોઈ શકે છે. કોઈ પણ ભૌતિક રાશિનું વારંવાર માપન કરવામાં આવે તો દરેક અવલોકન સમાન મળશે નહીં આથી ઘણાં અવલોકનોની સરેરાશ લઈને આ પ્રકારની ત્રુટિનો અંદાજ મેળવી શકાય છે.

Que. 10. ત્રુટિઓનો અંદાજ સમજાવો.

અથવા

Que. 10. નિરપેક્ષ ત્રુટી, સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટી, સાપેક્ષ ત્રુટી અને પ્રતિશત ત્રુટીની વ્યાખ્યાઓ આપી સમજાવો.

Ans: ત્રુટિઓનો અંદાજ (Estimation of Errors): કોઈ પણ ભૌતિક રાશિના માપન માટે જ્યારે પ્રયોગ કરવામાં આવે છે, ત્યારે આગાઉથી આપણે આ ભૌતિક રાશિનું સાચું મૂલ્ય જાણતા ન હોવાથી પ્રયોગના આવલોકનોના સરેરાશ મૂલ્યને સાચા મૂલ્ય તરીકે લેવામાં આવે છે.

ધારે કે કોઈ ભૌતિક રાશિ a ના n અવલોકનો $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n$ છે. તેનું સરેરાશ મૂલ્ય $\bar{a}$ હોય તો,

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + , \ldots , + a_n}{n}$$

$$\bar{a} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$$

a) **નિરપેક્ષ ત્રુટિ (Absolute Error):** કોઈ ભૌતિક રાશિના સાચા મૂલ્ય (સરેરાશ મૂલ્ય $\bar{a}$) અને પ્રાયોગિક મૂલ્ય (અવલોકન) ના તફાવતને તે અવલોકનની નિરપેક્ષ ત્રુટિ કહે છે.

વ્યાખ્યા પ્રમાણે દરેક અવલોકન માટે મળતી નિરપેક્ષ ત્રુટિ,

$$\Delta a_1 = \bar{a} - a_1$$

$$\Delta a_2 = \bar{a} - a_2$$

$$\Delta a_3 = \bar{a} - a_3$$

$$! \qquad\qquad !$$

$$\Delta a_n = \bar{a} - a_n$$

$\Delta a_1, \Delta a_2, \Delta a_3, \Delta a_4, \ldots\ldots, \Delta a_n$ ને દરેક અવલોકનની નિરપેક્ષ ત્રુટિ કહે છે. આ ત્રુટિ ધન કે ઋણ હોઇ શકે છે.

b) **સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ (Mean Absolute Error):** દરેક અવલોકનોની નિરપેક્ષ ત્રુટિના ધન મૂલ્યો(માનાંક)ના સરેરાશને સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ કહે છે.

$$\Delta\bar{a} = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + |\Delta a_4| + \cdots \ldots + |\Delta a_n|}{n}$$

$$\Delta\bar{a} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |\Delta a_i|$$

આમ કોઇ ભૌતિક રાશિનું માપન નીચે મુજબ દર્શાવી શકાય.

$$a = \bar{a} \pm \Delta\bar{a}$$

એટલે કે ભૌતિક રાશિ a નું મૂલ્ય $\bar{a} + \Delta\bar{a}$ અને $\bar{a} - \Delta\bar{a}$ ની વચ્ચે હશે.

c) **સાપેક્ષ ત્રુટિ(Relative or Fractional Error):** ભૌતિક રાશિની સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ $\Delta\bar{a}$ અને સરેરાશ મૂલ્ય $\bar{a}$ ના ગુણોત્તરને સાપેક્ષ ત્રુટિ કહે છે.

$$\text{સાપેક્ષ ત્રુટિ } \delta a = \frac{\Delta\bar{a}}{\bar{a}}$$

d) **પ્રતિશત ત્રુટિ(Percentage Error):** સાપેક્ષ ત્રુટિને ટકાવારીમાં દર્શાવવામાં આવે તો તેને પ્રતિશત ત્રુટિ કહે છે.

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = \delta a \times 100\ \%$$

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = \frac{\Delta\bar{a}}{\bar{a}} \times 100\ \%$$

Que. 11. અવલોકનમાં સાર્થક અંકોની વ્યાખ્યા આપી આપેલ સંખ્યા માટે સાર્થક અંકો નક્કી કરવા માટેના નિયમો ઉદાહરણ સાથે સમજાવો.

Ans: વ્યાખ્યા: કોઇ પણ ભૌતિક રાશિના માપેલા મૂલ્યમાં કેટલા અંકો વિશ્વાસપાત્ર છે તે દર્શાવતા અંકોને સાર્થક અંકો કહે છે. ભૌતિક રાશિના માપનમાં જેટલા સાર્થક અંકોની સંખ્યા વધારે તેમ માપનની ચોકસાઇ વધુ હોય છે.

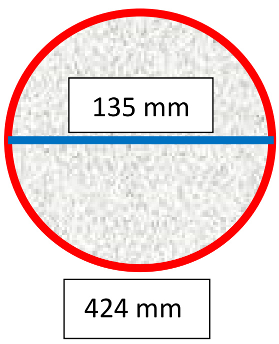
નિયમો:

1) તમામ શૂન્યેતર (શૂન્ય સિવાયના) અંકો સાર્થક અંકો છે.
   દા.ત. $x = 2597$ માં સાર્થક અંકોની સંખ્યા 4 છે.

2) બે શૂન્યેત્તર અંકોની વચ્ચે આવતા તમામ શૂન્ય સાર્થક અંકો છે.
દા.ત. $x = 3.0046$ માં 5 સાર્થક અંકો છે.
3) શૂન્યેત્તર અંકોની ડાબી બાજુ આવતા તમામ શૂન્ય સાર્થક અંકો તરીકે ગણાતા નથી.
દા.ત. 0.0056 માં સાર્થક અંકોની સંખ્યા 2 છે. આ નિયમ મુજબ 0177 માં સાર્થક અંકોની સંખ્યા 3 છે.
4) દશાંશ ચિહ્ન વગરની સંખ્યામાં જમણી બાજુએ આવતા શૂન્ય સાર્થક અંકો તરીકે ગણાતા નથી.
દા.ત. 15600 માં સાર્થક અંકોની સંખ્યા 3 છે. પરંતુ જ્યારે અંકોને કોઈ રાશિના ચોક્કસ માપન તરીકે માપવામાં આવ્યા હોય ત્યારે તે તમામ અંકો (શૂન્ય સહિત) સાર્થક અંકો તરીકે ગણવામાં આવે છે.
દા.ત. $R = 2000\ \Omega$ માં સાર્થક અંકોની સંખ્યા 4 છે, જ્યારે $x = 2000$ માં સાર્થક અંકોની સંખ્યા માત્ર 1 જ છે.
5) દશાંશ ચિહ્ન ધરાવતી સંખ્યામાં અંતિમ શૂન્યેત્તર સંખ્યાની જમણી બાજુના તમામ શૂન્ય સાર્થક અંકો તરીકે કહેવાય છે.
દા.ત. $x = 1.54000$ માં સાર્થક અંકોની સંખ્યા 6 છે.
6) 10 ની ઘાત (10^x) ને સાર્થક અંકો તરીકે લેવામાં આવતા નથી.
દા.ત. 1.6×10^{-19} માં 1 અને 6 એમ માત્ર બે જ સાર્થક અંકો છે.
7) ભૌતિક રાશિના માપનના એકમો બદલવાથી સાર્થક અંકોની સંખ્યા બદલાતી નથી.
દા.ત. માઉન્ટ એવરેસ્ટની ઊંચાઈ $8848\ m$ છે જે માપનમાં સાર્થક અંકોની સંખ્યા 4 છે. આ સંખ્યાને $8.848\ km$ અથવા $8.848 \times 10^5\ cm$ રીતે રજૂ કરવામાં આવે તો બંને કિસ્સામાં પણ સાર્થક અંકોની સંખ્યા 4 જ રહે છે.

માપનનું મૂલ્ય	સાર્થક અંકોની સંખ્યા	નિયમ
53559	5	1
7004.3	5	2
0.0062	2	3
550 m	3	4
39100	3	4
2.40	3	5
3.6×10^6	2	6

Que. 13. રાઉન્ડ ઓફ (Round off) સમજાવો આપેલ સંખ્યાને ઈચ્છિત સ્થાન સુધી Round off કરવા માટેના નિયમો ઉદાહરણ સાથે સમજાવો.



Ans: ધારો કે તમે π નું સંખ્યાત્મક મૂલ્ય ચકાસવા માંગો છો. વર્તુળના પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર π નું મૂલ્ય આપે છે. π નું દસ અંકોમાં સાચું મૂલ્ય 3.141592654

છે. આ ચકાસવા માટે એક વર્તુળ દોરો અને તેના પરિઘ અને વ્યાસના મૂલ્યો ચોકસાઈપૂર્વક માપો. ધારો કે તે મૂલ્યો 424 mm અને 135 mm મળે છે. અહીં કહી શકાય કે 424 માં એકમ નો અંક 4 એ અનિશ્ચિત છે, અને 135 માં એકમનો અંક 5 અનિશ્ચિત છે. હવે 424 અને 135 નો ગુણોત્તર કેલ્ક્યુલેટરમાં ગણતાં દસ આંકોમાં π નું મૂલ્ય 3.140740741 મળે છે. જે π ના સાચા મૂલ્ય સાથે બંધ બેસતું આવતું નથી. જેનું કારણ એ છે તમે માપેલા પરીઘ અને વ્યાસના મૂલ્યો ત્રણ સાર્થક અંકો ધરાવે છે. આથી મેળવવામાં આવેલ π ના મૂલ્ય 3.140740741 માંથી ત્રણ જ સાર્થક અંકો લઈ શકાય જે મુજબ 3.14 થાય છે.

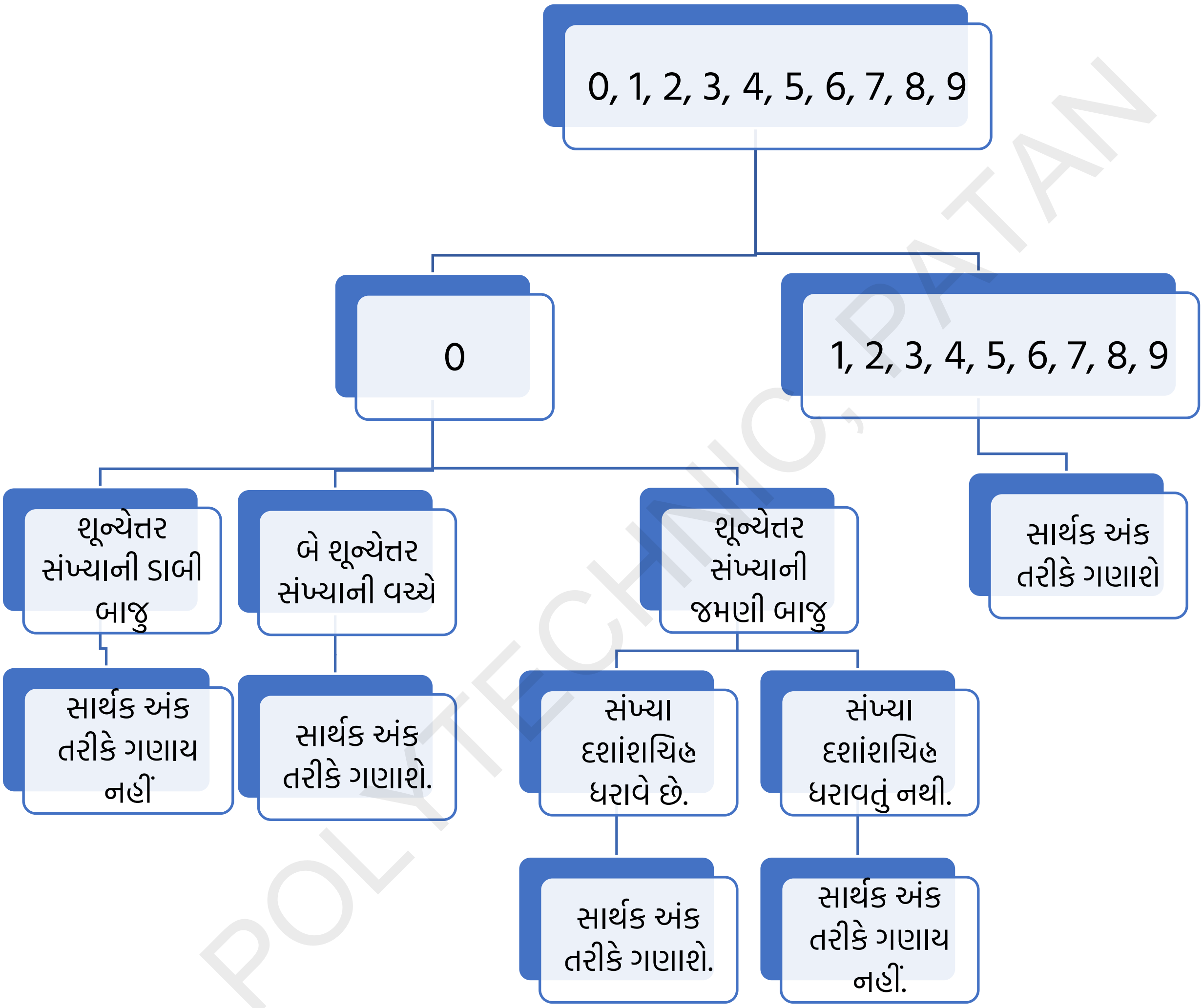
$$\pi = \frac{Circumference}{Diameter} = \frac{424}{135} = 3.140740741$$

નિયમો:

1) આપેલ સંખ્યામાં છેલ્લો અંક કે જે છોડી દેવાનો છે તે અંક જો 5 કરતાં નાનો હોય તો સંખ્યામાં કોઇ જ ફેર પડતો નથી.
   દા.ત $x = 6.24$ ને બે સાર્થક અંકોમાં Round off કરતાં $x = 6.2$ મળે છે.
2) આપેલ સંખ્યામાં છેલ્લો અંક કે જે છોડી દેવાનો છે તે અંક જો 5 કરતાં મોટો હોય તો તેની આગળના અંકમાં (Cut off Digit) માં 1 નો વધારો કરવામાં આવે છે.
   દા.ત $x = 6.468$ ને ત્રણ સાર્થક અંકોમાં Round off કરતા $x = 6.47$ મળે છે.
3) આપેલ સંખ્યામાં છેલ્લો અંક કે જે છોડી દેવાનો છે તે અંક જો 5 હોય કે 5 અને તેની જમણી બાજુ શૂન્ય હોય તો તે સંખ્યામાં કોઇ જ ફેર પડતો નથી.
   દા.ત $x = 7.250$ ને બે સાર્થક અંકોમાં Round off કરતાં $x = 7.25$ મળે છે.
4) આપેલ સંખ્યામાં છેલ્લો અંક કે જે છોડી દેવાનો છે તે અંક જો 5 હોય અને જો તેનો આગળનો અંક બેકી હોય તો તે સંખ્યામાં કોઇ જ ફેર પડતો નથી.
   દા.ત $x = 9.65$ ને બે સાર્થક અંકોમાં Round off કરતાં $x = 9.6$ મળે છે પરંતુ જો 5 ની આગળનો અંક એકી હોય તો આગળની સંખ્યામાં 1 નો ઉમેરો થાય છે. દા.ત $x = 3.875$ ને બે સાર્થક અંકોમાં Round off કરતાં $x = 3.88$ મળે છે.
5) " સંખ્યા 0 (શૂન્ય/Zero) એ બેકી સંખ્યા છે." આથી આપેલ સંખ્યામાં છેલ્લો અંક કે જે છોડી દેવાનો છે તે અંક જો 5 હોય અને જો તેનો આગળનો અંક 0 હોય તો નિયમ (4) મુજબ તે સંખ્યામાં કોઇ જ ફેર પડતો નથી.
   દા.ત $x = 9.605$ ને બે સાર્થક અંકો સુધી Round off કરતાં $x = 9.6$ મળે છે.

માપનનું મૂલ્ય	ત્રણ અંકો સુધી Round Off કર્યા બાદ	નિયમ
7.364	7.36	1
8.437	8.44	1
8.3251	8.33	2
9.445	9.44	3
9.4450	9.44	3
15.75	15.8	4

15.7500	15.8	4
4.8405	4.84	5
8.730500	8.73	5



Supplementary Questions

પુરક પ્રશ્નો

Que. 01. સાધિત ભૌતિક રાશીઓની વ્યાખ્યા આપો અને સાધિત ભૌતિક રાશીઓ, તેમની સંજ્ઞાઓ અને એકમો જણાવો.

Ans: વ્યાખ્યા: જે ભૌતિક રાશિઓને મૂળભૂત ભૌતિક રાશિઓ પરથી તારવવામાં આવે છે અથવા મૂળભૂત ભૌતિક રાશીઓ પર આધાર રાખે છે તેવી રાશિઓને સાધિત રાશિઓ કહેવામાં આવે છે.

ક્રમ	ભૌતિક રાશિ	સંજ્ઞા	સૂત્ર	SI એકમ
1	ક્ષેત્રફળ	A	લંબાઈ x પહોળાઈ	m^2
2	ઘનફળ	V	લંબાઈ x પહોળાઈ x ઊંચાઈ	m^3
3	વેગ	v	સ્થાનાંતર/સમય	m/s
4	પ્રવેગ	a	વેગનો ફેરફાર/સમય દર	m/s^2
5	બળ	F	દળ x પ્રવેગ	$\frac{kg \cdot m}{s^2}$ or N
6	કાર્ય	W	બળ x સ્થાનાંતર	$N \cdot m$ or J
7	કાર્યત્વરા	P	કાર્ય/સમય	J/s or W
8	ઘનતા	ρ	દળ/કદ	kg/m^3
9	પૃષ્ઠતાણ	T	પૃષ્ઠશક્તિ/ક્ષેત્રફળ	N/m
10	દબાણ	P	બળ/ક્ષેત્રફળ	N/m^2
11	વેગમાન	p	દળ x વેગ	$\frac{kg \cdot m}{s}$
12	આવર્તકાળ	T	સમય	s
13	આવૃત્તિ	f	1/ આવર્તકાળ	s^{-1} or Hz

Que. 02. SI પદ્ધતિમાં પૂર્વગ અને પ્રત્યય દર્શાવતું કોષ્ટક દોરો.

Ans: આ ગુણિત કે ઉપગુણિત 10 ની ઘાતના સ્વરૂપમાં હોય છે.

નોંધ: ઉપરના કોષ્ટકમાં દર્શાવેલ પૂર્વગ/પ્રત્યય પૈકી ઘેરા રંગે દર્શાવેલ જ અગત્યના છે અન્ય માત્ર જાણકારી તથા જ્ઞાનવર્ધક હેતુ પ્રયોજને દશાવેલ છે.

Prefixes	Symbol	SI	Prefixes	Symbol	SI
Yotta	Y	10^{24}	Deci	d	10^{-1}
Zetta	Z	10^{21}	centi	c	10^{-2}
Exa	E	10^{18}	Milli	m	10^{-3}
Peta	P	10^{15}	micro	μ	10^{-6}
Tera	T	10^{12}	Nano	n	10^{-9}
Giga	G	10^{9}	Pico	p	10^{-12}
Mega	M	10^{6}	Femto	f	10^{-15}
Kilo	k	10^{3}	Atto	a	10^{-18}
Hecto	h	10^{2}	Zepto	z	10^{-21}
Deca	da	10^{1}	Yocto	y	10^{-24}
meter	m	$10^{0} = 1$			

Que. 03. MKS પધ્ધતિથી CGS પધ્ધતિના ઉપાંતરણ સમજાવો.

Ans:

T	G	M	k	h	dm	m unit	dcm	cm	mm
10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
Tera	Giga	Mega	kilo	hecta	deca	Unit	deci	centi	milli
મોટા એકમથી નાના એકમ: ગુણાકાર			3						
									8
							નાના એકમથી મોટા એકમ: ભાગાકાર		

યાદ રાખો: The Great Marzo King Henry Doesn't Usually Drink Chocolate Milk

1. મોટા એકમથી નાના એકમ તરફ: ગુણાકાર

$$3\ km = 3 \times 1000000 = 3000000\ cm$$

2. નાના એકમથી મોટા એકમ તરફ: ભાગાકાર

$$8\ mm = \frac{8}{1000} = 0.008\ m$$

3. બળના MKS એકમ ન્યુટન (N) અને CGS એકમ ડાઈન (dyne) વચ્ચેનો સંબંધ:

$$F = ma$$
$$[F] = N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$$
$$1\ \mathrm{N} = 1\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}^2}$$

આપણે જાણીએ છીએ કે, $1\ \mathrm{kg} = 10^3 \mathrm{g}$ & $1\ \mathrm{m} = 10^2\ \mathrm{cm}$,

$$1\ \mathrm{N} = \frac{10^3 * 10^2}{1}\frac{\mathrm{g \cdot cm}}{\mathrm{s}^2}$$
$$\mathrm{dyne} = \frac{\mathrm{g \cdot cm}}{\mathrm{s}^2}$$
$$1\ \mathrm{N} = 10^5\ \frac{\mathrm{g \cdot cm}}{\mathrm{s}^2}$$
$$\mathbf{1\ N = 10^5\ dyne}$$

4. કાર્ય (ઊર્જા) ના MKS એકમ જૂલ (J) અને CGS એકમ અર્ગ (erg) વચ્ચેનો સંબંધ:

કાર્ય-ઉર્જાના સિંધ્ધાંત અનુસાર,

$$K.E. = \frac{1}{2}mv^2$$
$$[K.E.] = J = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$
$$\therefore 1\ \mathrm{J} = \mathrm{kg} \cdot \frac{m^2}{\mathrm{s}^2}$$

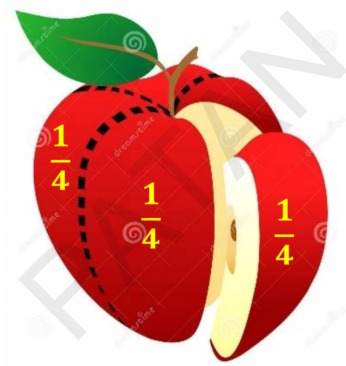
આપણે જાણીએ છીએ કે, $1\ \mathrm{kg} = 10^3 \mathrm{g}$ & $1\ \mathrm{m}^2 = 10^4\ \mathrm{cm}^2$,

$$\therefore 1\ \mathrm{J} = 10^3 \mathrm{g} \cdot \frac{10^4\ \mathrm{cm}^2}{1\ \mathrm{s}^2}$$
$$\therefore 1\ \mathrm{J} = 10^7 \frac{\mathrm{g \cdot\ cm^2}}{\mathrm{s}^2}$$
$$\therefore 1\ \mathrm{J} = 10^7 \mathrm{erg} \quad \left(\because 1\ \mathrm{erg} = \frac{\mathrm{g \cdot cm^2}}{\mathrm{s}^2}\right)$$
$$1\ \mathrm{Joule} = 10^7\ \mathrm{erg}$$

ઉદાહરણના દાખલાઓ

1. **એક વર્નિયર કેલિપર્સના મુખ્ય સ્કેલ પરના 1 cm ને 10 વિભાગમાં વિભાજીત કરેલ છે. વર્નિયર સ્કેલના 10 વિભાગ મુખ્ય સ્કેલના 9 વિભાગ સાથે બંધબેસતા આવે છે, તો આ સાધનની લ.મા.શ. શોધો.**

ઉકેલ: અહીં મુખ્ય સ્કેલના 1 cm ને 10 વિભાગમાં વિભાજીત કરેલ છે આથી મુખ્ય સ્કેલ પરનું નાનામાં નાનું માપ $^1/_{10}\ cm = 0.1\ cm = 1\ mm$ થાય. વર્નિયર સ્કેલના 10 વિભાગ ધરાવે છે.



$$\text{લ. મા. શ.} = \frac{\text{મુખ્ય સ્કેલ પરનું નાનામાં નાનું માપ}}{\text{વર્નિયર સ્કેલ પરના કુલ વિભાગ (કાપા)ની સંખ્યા}}$$

$$\text{લ. મા. શ.} = \frac{\frac{1\ cm}{10}}{10} = \frac{1\ cm}{100} = 0.01\ cm$$

આમ, વર્નિયર કેલિપર્સ ની લ.મા.શ. 0.01 cm થાય.

2. **એક વર્નિયર કેલિપર્સના મુખ્ય સ્કેલ પરના 1 cm ને 20 વિભાગમાં વિભાજીત કરેલ છે. વર્નિયર સ્કેલના 10 વિભાગ મુખ્ય સ્કેલના 19 વિભાગ સાથે બંધબેસતા આવે છે, તો આ સાધનની લ.મા.શ. શોધો.**

ઉકેલ: અહીં મુખ્ય સ્કેલના 1 cm ને 20 વિભાગમાં વિભાજીત કરેલ છે આથી મુખ્ય સ્કેલ પરનું નાનામાં નાનું માપ $\frac{1}{20}\,cm$ થાય. વર્નિયર સ્કેલના 10 વિભાગ ધરાવે છે.

$$\text{લ. મા. શ.} = \frac{\text{મુખ્ય સ્કેલ પરનું નાનામાં નાનું માપ}}{\text{વર્નિયર સ્કેલ પરના કુલ વિભાગ (કાપા)ની સંખ્યા}}$$

$$\text{લ. મા. શ.} = \frac{\frac{1}{20}cm}{10} = \frac{1}{200}cm$$

$$\text{લ. મા. શ.} = \frac{1}{200} \times \frac{5}{5}\ cm = \frac{5}{1000}cm$$

$$\text{લ. મા. શ.} = 0.005\ cm$$

આમ, વર્નિયર કેલિપર્સ ની લ.મા.શ. 0.005 cm થાય.

- "વર્નિયર કેલિપર્સના મુખ્ય સ્કેલ પરના 1 cm ને 10 વિભાગમાં વિભાજીત કરેલ છે." જેનો મતલબ સામાન્ય રીતે વર્નિયર કેલિપર્સના મુખ્ય સ્કેલ એ સાદી ફૂટપટ્ટી જ છે, જે 1 cm માં 10 કાપા ધરાવે છે, આથી તેના વડે મપાતું નાનામાં નાનું માપ $1\ mm = 0.1\ cm$ એટલે કે $\frac{1}{10}\,cm$ થાય.
- આમ, જ્યારે દાખલમાં "વર્નિયર કેલિપર્સના મુખ્ય સ્કેલ પરના 1 cm ને 10 (અથવા 20, 25, ...) વિભાગમાં વિભાજીત કરેલ છે" તેના અર્થમાં મુખ્ય સ્કેલ વડે મપાતું નાનામાં નાનું માપ $\frac{1}{10}cm, \frac{1}{20}cm, \frac{1}{25}cm, \ldots..$ થાય.

3. **એક ધાતુના તારનો વ્યાસ માપવાના પ્રયોગમાં વર્નિયર કેલિપર્સનો મુખ્ય સ્કેલ 2.5 cm અને 2.6 cm ની વચ્ચે આવે છે, તથા વર્નિયર સ્કેલનો 3 જો કાપો બંધબેસતો આવે છે. જો વર્નિયર કેલિપર્સની લ.મા.શ 0.1 mm હોય તો આ તારનું આડછેડનું ક્ષેત્રફળ શોધો.**

ઉકેલ: અહીં મુખ્ય સ્કેલનું અવલોકન 2.5 અને 2.6 cm ની વચ્ચે રહેતું હોવાથી નાનું માપ 2.5 cm લેવામાં આવે છે.

$$L.C = 0.1\ mm = 0.01\ cm$$

$$D = M.S. + (V.S. \times L.C)$$

$$D = 2.5 + (3 \times 0.01) = 2.5 + 0.03$$

$$\text{વ્યાસ} = D = 2.53\ cm$$

$$\text{તારનું ક્ષેત્રફળ } A = \pi * r^2 = \pi * \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.14 * 2.53^2}{4}$$

$$A = 5.02470\ cm^2$$

અહીં મળતા ક્ષેત્રફળના મૂલ્યને ત્રણ અંકો સુધી Round off કરવા જરૂરી બને છે, આથી તારનું ક્ષેત્રફળ,

$A = 5.02\ cm^2$.

4. **એક સમઘનની લંબાઈ માપવાના પ્રયોગમાં વર્નિયર કેલિપર્સનો મુખ્ય સ્કેલ 3.8 cm અને 3.9 cm ની વચ્ચે આવે છે તથા તેનો વર્નિયર સ્કેલનો 5 મો કાપો બંધબેસતો આવે છે. વર્નિયર કેલિપર્સની લ.મા.શ. 0.01 cm છે તથા ધન ત્રુટિ 3 કાપા છે, તો આ સમઘનનું ઘનફળ શોધો.**

ઉકેલ: અહીં ત્રુટિ ધન હોવાથી તેને મુખ્ય સ્કેલના અવલોકનમાંથી બાદ કરવી પડે.

$$\text{ધન ત્રુટિ} = \text{બંધ બેસતો કાપો} * \text{લ. મા. શ.}$$

$$\text{ધન ત્રુટિ} = 3 * 0.01 = 0.03\ \text{cm}$$

$$l' = M.S + (V.S. * L.C)$$

$$l' = 3.8 + (5 * 0.01)$$

$$l' = 3.85\ cm$$

$$l = l' - \text{ધન ત્રુટિ}$$

$$l = 3.85 - 0.03 = 3.82\ cm$$

સમઘનનું ઘનફળ,

$$V = l^3$$

$$= (3.82)^3$$

$$V = 55.74\ cm^3$$

5. **એક ગોળાનો વ્યાસ વર્નિયર કેલિપર્સ વડે માપતા તેનો મુખ્ય સ્કેલ 4.3 cm અને 4.4 cm ની વચ્ચે આવે છે, તથા તેના વર્નિયર સ્કેલનો 2 જો કાપો બંધ બેસતો આવે છે. આ સાધનની લ.મા.શ. 0.01 cm છે તથા ઋણ ત્રુટિ 3 કાપા છે તો, આ ગોળાનું ઘનફળ અને બાહ્ય સપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.**

ઉકેલ:

$$D' = M.S. + (V.S. \times L.C)$$

$$D' = 4.3 + (3 \times 0.01) = 4.3 + 0.03$$

$$D' = 4.33\ cm$$

$$\text{ઋણ ત્રુટિ} = \text{બંધ બેસતો કાપો} * \text{લ. મા. શ.}$$
$$\text{ઋણ ત્રુટિ} = 3 * 0.01 = 0.03\ \text{cm}$$
$$D' = M.S + (V.S.* L.C)$$
$$D = D' + \text{ઋણ ત્રુટિ}$$
$$D = 4.33 + 0.03 = 4.36\ cm$$

ગોળાનું ઘનફળ

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \times \frac{\pi D^3}{8} = \frac{\pi D^3}{6} = \frac{3.14 \times 4.36^3}{6} = 43.37483\ cm^3$$
$$V = 43.38\ cm^3$$

ગોળાની બાહ્ય સપાટીનું ક્ષેત્રફળ:

$$A = 4\pi r^2$$
$$A = 4\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi D^2 = 3.14 \times 4.36^2 = 59.690144\ cm^2$$
$$A = 59.69\ cm^2$$

આમ, ગોળાનું ઘનફળ $V = 43.38\ cm^3$ અને બાહ્ય સપાટીનું ક્ષેત્રફળ $A = 59.69\ cm^2$ મળે છે.

6. **એક માઈક્રોમીટર સ્ક્રૂ ગેજના મુખ્ય સ્કેલને mm માં અંકિત કરેલ છે અને તેના વર્તુળાકાર સ્કેલ પર 100 વિભાગ છે, તો આ સાધનની લ.મા.શ. માઈક્રોમીટરમાં શોધો.**

ઉકેલ: માઈક્રોમીટર સ્ક્રૂ ગેજની લ.મા.શ.

$$L.C. = \frac{Value\ of\ smallest\ division\ on\ main\ scale\ (Pitch)}{Total\ number\ of\ divisions\ on\ circular\ scale}$$

*(Circular scale is also known as Head scale and conventionally also as Vernier scale)

$$L.C. = \text{લ. મા. શ.} = \frac{\text{મુખ્ય સ્કેલ પરનું નાનામાં નાનું માપ (પીચ)}}{\text{વર્નિયર સ્કેલ પરના કુલ કાપા(વિભાગ) ની સંખ્યા}}$$

$$L.C. = \frac{1}{100} mm = 0.01\ mm$$

$$L.C. = 0.01\ mm$$
$$= 10^{-2}\ mm$$
$$= 10^{-2} \times 10^{-1} cm$$
$$= 10^{-2} \times 10^{-1} \times 10^{-2}\ m$$
$$= 10^{-5}\ m$$
$$= 10 \times 10^{-6}\ m$$
$$L.C. = 10\ \mu m$$

7. **એક માઈક્રોમીટર સ્ક્રૂની પીચ 1 mm છે. તેની લ.મા.શ. 0.02 mm છે તો તેના હેડ સ્કેલ પર રહેલા કાપાની સંખ્યા શોધો.**

ઉકેલ: પીચ $= 1$ mm અને લ.મા.શ. $= 0.02\ mm$

$$L.C. = \text{લ.મા.શ.} = \frac{\text{પીચ}}{\text{વર્નિયર(હેડ) સ્કેલ પરના કુલ કાપા(વિભાગ) ની સંખ્યા}}$$

$$\therefore \text{વર્નિયર(હેડ) સ્કેલ પરના કુલ કાપા(વિભાગ) ની સંખ્યા} = \frac{\text{પીચ}}{\text{લ.મા.શ}}$$

$$\therefore \text{હેડ સ્કેલ પરના કુલ કાપા ની સંખ્યા} = \frac{1\ mm}{0.02\ mm} = 50$$

આમ માઇક્રોમીટર સ્ક્રૂના હેડ સ્કેલ પર રહેલા કાપાની સંખ્યા 50 મળે છે.

8. એક માઇક્રોમીટર સ્ક્રૂની લ.મા.શ. 0.01 mm છે તથા તેના હેડ સ્કેલ પર રહેલા કાપાની સંખ્યા 200 છે. 1 mm છે. તેની તો તેની પીચ શોધો.

ઉકેલ: હેડ સ્કેલ પરના કુલ કાપાની સંખ્યા $= 1$ mm

$$\text{લ.મા.શ.} = 0.02\ mm$$

$$\text{લ.મા.શ.} = \frac{\text{પીચ}}{\text{હેડ સ્કેલ પરના કુલ કાપાની સંખ્યા}}$$

$$\text{પીચ} = \text{લ.મા.શ.} \times \text{હેડ સ્કેલ પરના કુલ કાપાની સંખ્યા}$$

$$\text{પીચ} = 0.01 \times 200\ mm$$

$$\text{પીચ} = 2\ \text{mm}$$

આમ, આપેલ માઇક્રોમીટરની પીચ 1 mm મળે છે.

9. એક ગોળાનો વ્યાસ માઇક્રોમીટર વડે માપતા તેનો મુખ્ય સ્કેલ 4 mm અને 5 mm ની વચ્ચે આવે છે, તથા તેના વર્તુળાકાર સ્કેલનો 57 મો કાપો બંધ બેસતો આવે છે. આ સાધનની લ.મા.શ. 0.01 mm છે તથા ઋણ ત્રુટિ 3 કાપા છે તો, આ ગોળાનું ઘનફળ અને બાહ્ય સપાટીનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ:

$$D' = M.S. + (V.S. \times L.C)$$

$$D' = 4 + (57 \times 0.01) = 4 + 0.57$$

$$D' = 4.57\ mm$$

$$\text{ઋણ ત્રુટિ} = \text{બંધ બેસતો કાપો} * \text{લ.મા.શ.}$$

$$\text{ઋણ ત્રુટિ} = 3 * 0.01 = 0.03\ \text{mm}$$

$$D' = M.S + (V.S. * L.C)$$

$$D = D' + \text{ઋણ ત્રુટિ}$$

$$D = 4.57 + 0.03 = 4.60\ mm$$

ગોળાનું ઘનફળ

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \times \frac{\pi D^3}{8} = \frac{\pi D^3}{6} = \frac{3.14 \times 4.57^3}{6} = 50.939173\ mm^3$$

$$V = 50.94\ mm^3$$

ગોળાની બાહ્ય સપાટીનું ક્ષેત્રફળ:

$$A = 4\pi r^2$$

$$A = 4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi D^2 = 3.14 \times 4.60^2 = 66.4424\, mm^2$$

$$A = 66.44\, mm^2$$

10. **પાણીનો વક્રીભવનાંક માપવાના પ્રયોગમાં મળતા અવલોકનો નીચે મુજબ છે. $\boldsymbol{\eta}$: $\mathbf{1.28, 1.30, 1.32, 1.34, 1.36, 1.38}$ મળે છે તો આ અવલોકનો માટે નિરપેક્ષ ત્રુટિ, સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ, સાપેક્ષ ત્રુટિ અને પ્રતિશત ત્રુટિ શોધો.**

ઉકેલ: ધારો કે વક્રીભવનાંકનું સરેરાશ મૂલ્ય $\bar{n}$ હોય તો,

$$\bar{n} = \frac{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6}{6}$$

$$\bar{n} = \frac{1.28 + 1.30 + 1.32 + 1.34 + 1.36 + 1.38}{6}$$

$$\bar{n} = \frac{7.98}{6}$$

$$\bar{n} = 1.33$$

દરેક અવલોકન માટે મળતી નિરપેક્ષ ત્રુટિ,

$$\Delta n_1 = \bar{n} - n_1 = 1.33 - 1.28 = 0.05$$

$$\Delta n_2 = \bar{n} - n_2 = 1.33 - 1.30 = 0.03$$

$$\Delta n_3 = \bar{n} - n_3 = 1.33 - 1.32 = 0.01$$

$$\Delta n_4 = \bar{n} - n_4 = 1.33 - 1.34 = -0.01$$

$$\Delta n_5 = \bar{n} - n_5 = 1.33 - 1.36 = -0.03$$

$$\Delta n_6 = \bar{n} - n_6 = 1.33 - 1.38 = -0.05$$

સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ:

$$\Delta\bar{n} = \frac{|\Delta n_1| + |\Delta n_2| + |\Delta n_3| + |\Delta n_4| + |\Delta n_5| + |\Delta a_6|}{6}$$

$$\Delta\bar{n} = \frac{|0.05| + |0.03| + |0.01| + |-0.01| + |-0.03| + |-0.05|}{6}$$

$$\Delta\bar{n} = \frac{0.05 + 0.03 + 0.01 + 0.01 + 0.03 + 0.05}{6}$$

$$\Delta\bar{n} = \frac{0.18}{6}$$

$$\Delta\bar{n} = 0.03$$

$$\text{સાપેક્ષ ત્રુટિ } \delta a = \frac{\Delta\bar{a}}{\bar{a}}$$

$$\text{સાપેક્ષ ત્રુટિ } \delta a = \frac{0.03}{1.33} = 0.023$$

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = \delta a \times 100\ \%$$
$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = 0.023 \times 100$$
$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = 2.3\ \%$$

11. **વર્નિયર કેલિપર્સ વડે એક ધાતુના તારની લંબાઈ માપવાના પ્રયોગમાં મળતા અવલોકનો નીચે મુજબ છે. $\boldsymbol{l = 2.50\ cm, 2.54\ cm, 2.58\ cm, 2.62, cm, 2.66\ cm}$ મળે છે તો આ અવલોકનો માટે નિરપેક્ષ ત્રુટિ, સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ, સાપેક્ષ ત્રુટિ અને પ્રતિશત ત્રુટિ શોધો.**

ઉકેલ: ધારો કે લંબાઈનું સરેરાશ મૂલ્ય $\bar{l}$ હોય તો,

$$\bar{l} = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5}{5}$$
$$\bar{l} = \frac{2.50 + 2.54 + 2.58 + 2.62 + 2.66}{5}$$
$$\bar{l} = \frac{12.9}{5}$$
$$\bar{l} = 2.58\ cm$$

દરેક અવલોકન માટે મળતી નિરપેક્ષ ત્રુટિ,

$$\Delta l_1 = \bar{l} - l_1 = 2.58 - 2.50 = 0.08\ cm$$
$$\Delta l_2 = \bar{l} - l_2 = 2.58 - 2.54 = 0.04\ cm$$
$$\Delta l_3 = \bar{l} - l_3 = 2.58 - 2.58 = 0.00\ cm$$
$$\Delta l_4 = \bar{l} - l_4 = 2.58 - 2.62 = -0.04\ cm$$
$$\Delta l_5 = \bar{l} - l_5 = 2.58 - 2.66 = -0.08\ cm$$

સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ:

$$\Delta\bar{l} = \frac{|\Delta l_1| + |\Delta l_2| + |\Delta l_3| + |\Delta l_4| + |\Delta l_5|}{5}$$
$$\Delta\bar{n} = \frac{|0.08| + |0.04| + |0.00| + |-0.04| + |-0.08|}{5}$$
$$\Delta\bar{l} = \frac{0.08 + 0.04 + 0.00 + 0.04 + 0.08}{5}$$
$$\Delta\bar{l} = \frac{0.24}{5}$$
$$\Delta\bar{l} = 0.048\ cm$$
$$\text{સાપેક્ષ ત્રુટિ } \delta l = \frac{\Delta\bar{l}}{\bar{l}}$$
$$\text{સાપેક્ષ ત્રુટિ } \delta l = \frac{0.048}{2.58} = 0.019$$

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = \delta l \times 100\ \%$$

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = 0.019 \times 100$$

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = 1.9\ \%$$

12. **સાદા લોલકનો આવર્તકાળ માપવાના પ્રયોગમાં મળતા અવલોકનો નીચે મુજબ છે. $\boldsymbol{T: 1.96\ s, 1.98\ s, 2.00\ s, 2.02\ s, 2.04\ s}$ મળે છે તો આ અવલોકનો માટે નિરપેક્ષ ત્રુટિ, સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ, સાપેક્ષ ત્રુટિ અને પ્રતિશત ત્રુટિ શોધો.**

ઉકેલ: ધારો કે આવર્તકાળનું સરેરાશ મૂલ્ય $\bar{T}$ હોય તો,

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5}{5}$$

$$\bar{T} = \frac{1.96 + 1.98 + 2.00 + 2.02 + 2.04}{5}$$

$$\bar{T} = \frac{10.00}{5}$$

$$\bar{T} = 2.00\ s$$

દરેક અવલોકન માટે મળતી નિરપેક્ષ ત્રુટિ,

$$\Delta T_1 = \bar{T} - T_1 = 2.00 - 1.96 = 0.04\ s$$

$$\Delta T_2 = \bar{T} - T_2 = 2.00 - 1.98 = 0.02\ s$$

$$\Delta T_3 = \bar{T} - T_3 = 2.00 - 2.00 = 0.00\ s$$

$$\Delta T_4 = \bar{T} - T_4 = 2.00 - 2.02 = -0.02\ s$$

$$\Delta T_5 = \bar{T} - T_5 = 2.00 - 2.04 = -0.04\ s$$

સરેરાશ નિરપેક્ષ ત્રુટિ:

$$\Delta\bar{T} = \frac{|\Delta T_1| + |\Delta T_2| + |\Delta T_3| + |\Delta T_4| + |\Delta T_5|}{5}$$

$$\Delta\bar{T} = \frac{|0.04| + |0.02| + |0.00| + |-0.02| + |-0.04|}{5}$$

$$\Delta\bar{T} = \frac{0.04 + 0.02 + 0.00 + 0.02 + 0.04}{5}$$

$$\Delta\bar{T} = \frac{0.12}{5}$$

$$\Delta\bar{T} = 0.024\ s$$

$$\text{સાપેક્ષ ત્રુટિ}\ \delta T = \frac{\Delta\bar{T}}{\bar{T}}$$

$$\text{સાપેક્ષ ત્રુટિ } \delta T = \frac{0.024}{2.00} = 0.012$$

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = \delta T \times 100\ \%$$

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = 0.012 \times 100$$

$$\text{પ્રતિશત ત્રુટિ} = 1.2\ \%$$